Funktionen

Die Funktion ist eine Zuordnung, bei der jedem x-Wert aus einem Bereich genau ein y-Wert eindeutig zugeordnet wird.

Monotonie (bei Zahlenfolgen):

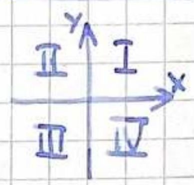
mon. steigend: für jedes a_n gilt $a_n \geq a_{n-1}$

mon. fallend: — ״ — $a_n \leq a_{n-1}$

streng mon. steigend: — ״ — $a_n > a_{n-1}$

streng mon. fallend: — ״ — $a_n < a_{n-1}$

Quadranten



Schnittwinkel (bei linearen Funktionen):

Bei $y = mx + c$ ist der Schnittwinkel zur x-Achse

$\boxed{\alpha = \tan^{-1}(m)}$ Grad.

arithmetische Reihe $\begin{cases} S_n = \frac{n}{2}(2 \cdot a_1 + (n-1)d) \\ S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \end{cases}$

geometrische Reihe $\begin{cases} S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \\ S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1} \end{cases}$ $q \neq 1$

(Zahlen)Folgen

=sequence

Eine Folge ist eine spezielle Funktion, bei der der Definitionsbereich aus $\mathbb{N}^+$ und der Wertebereich aus $\mathbb{R}$ besteht. Jeder natürlichen Zahl wird somit eine relle zugeordnet.

Bsp. Hausnummern

Summe der Glieder einer Folge wird Reihe (series) genannt.

Darstellung: Bildungsvorschrift, Wertvorschrift, Wertetabelle, Graph (Punkte nicht verbinden)

	explizit	rekursiv	
arithmetische F.	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$	$a_{n+1} = a_n + d$	d = common difference
geometrische F.	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_{n+1} = a_n \cdot q$	q/r - common ratio

Monotonie:

(streng) mon. wachsend: $\boxed{a_n \leq (<) a_{n+1}}$ oder $\boxed{a_{n-1} - n \geq (>) 0}$

(streng) mon. fallend: $\boxed{a_n \geq (>) a_{n+1}}$ oder $\boxed{a_{n-1} - n \leq (<) 0}$

Grenzwert

Wenn die Folgeglieder mit steigendem n immer weiter an einen Wert rankommen, diesen aber nicht erreichen, heißt diese Folge konvergent und dieser Wert der Grenzwert. Ansonsten ist die Folge divergent.

Man schreibt

$$\boxed{\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0}$$

und sagt, „a_n strebt mit wachsendem n gegen den Grenzwert 0".

Wenn eine Folge gegen 0 strebt, heißt sie Nullfolge. Wenn $\boxed{a_n = c}$ gilt, liegt eine konstante Folge vor, deren Grenzwert c ist.

Grenzwertbildung

$$\boxed{\lim_{n \to \infty} (a_n \overset{\cdot / :}{\mp} b_n) = \lim_{n \to \infty} (a_n) \overset{\cdot / :}{\mp} \lim_{n \to \infty} (b_n)}$$

Vorgehen: Variable mit der höchsten Potenz ausklammern → kürzen → auf Nullfolgen u. konstante Folgen reduzieren → „auseinandernehmen" → zusammenrechnen

Bsp.:

$$\boxed{\lim_{n \to \infty} \left(\frac{2n-1}{n}\right) = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{n\left(2-\frac{1}{n}\right)}{n}\right) = \lim_{n \to \infty} \left(2 - \frac{1}{n}\right) = 2-0 = 0}$$